



INSPECTORATUL ȘCOLAR AL MUNICIPIULUI BUCUREȘTI



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
– ETAPA PE SECTOR, 23.02.2014 -**

CLASA A XI - A

**Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore.**

1. a) Este adevărată afirmația : „dacă un șir de numere naturale este nemărginit atunci el are limita $+\infty$ ”? Justificați răspunsul !

b) Determinați toate funcțiile continue $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ care au proprietatea

$$f^2(x) - 2f(x) = x^2 - 2x, \text{ oricare ar fi } x \in \mathbb{R}.$$

2. Determinați numerele reale $a \geq 0$ și b pentru care

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + ax} - x \right)^{\frac{bx^2 + x}{x+1}} = e.$$

3. Determinați matricele $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ care au proprietatea $A^3 = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 8 & 13 \end{pmatrix}$.

4. Fie A și B matrice 2×2 cu elemente întregi, astfel încât matricele $A+B$, $A+2B$, $A+3B$, $A+4B$ și $A+5B$ să fie inversabile, iar inversele lor să aibă elemente întregi. Să se arate că matricea $A+6B$ este inversabilă, iar inversa ei are elemente întregi.